第五章　循环码 习题

1．令$g(x)=x^{10}+x^8+x^5+x^4+x^2+x+1$是（15，5）循环码的生成多项式，

（1）求出该码的校验多项式；

（2）写出该码的系统码形式的 $\boldsymbol{G}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 矩阵；

（3）构造 k 级编码器。

2．求GF（2^5）上以α,α^3为根的二进制循环码：

（1）求出生成多项式 g(x)，确定码长 n 和信息位个数 k；

（2）写出该码系统码形式的 $\boldsymbol{G}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 矩阵；

（3）求出该码的 $\boldsymbol{R}$ 和最小距离。

3．令n是$g(x) \mid (x^n-1)$的最小整数。现用该$g(x)$生成长为n的循环码，证明码的最小距离至少为 3。

4．设一个[n，k]循环码的生成多项式 $g(x)$，且 n 是奇数，$x+1$ 不是 $g(x)$的因子，试证全为 1 的 n 重是一码字。

5．在第 4 题中若 $x+1$ 是 $g(x)$的一个因子，证明全为 1 的 n 重不是码字；但若 n 是偶数，则全为 1 的 n 重是一个码字。

6．求以$C(x)= x^{12}+x^9+x^6+x^5+x^4+x^3+x^2$作为码字时，有最小码长$n$的二进制循环码。求出它的$g(x)$、$n$、$k$，并画出编码器。

7．令[n，k]循环码的校验多项式是

$$h(x)=x^k+h_{k-1}x^{k-1}+h_{k-2}x^{k-2}+\ldots+h_1x+1$$

它的生成矩阵$\boldsymbol{G}=[\boldsymbol{I}\ \boldsymbol{p}]$，证明矩阵$\boldsymbol{p}$的第一列是$(1，h_1，\ldots，h_{k-1})^T$。

8．设C是以$g(x)$为生成多项式的二进制[n，k]循环码，它具有如下性质：当$\boldsymbol{C}_1=(c_0，c_1，\ldots，c_{n-1})$是C的一个码字时，$C_1'=(\bar{c}_0,\bar{c}_1,\ldots,\bar{c}_{n-1})\in C$，这里，$\bar{c}_i=0$,若$c_i=1$；$\bar{c}_i=1$，若$c_i=0$。问$g(x)$应满足什么条件？

9．令β_1和β_2是GF(2^m)伽逻华域中的两个不同的非零元素，且令φ_1（x）和φ_2（x）分别是β_1和β_2的最小多项式，有一个以$g(x)=\varphi_1(x)\varphi_2(x)$作为生成多项式的循环码吗？若你认为有，则找出以$g(x)$作为生成多项式的最短循环码。

10．令C_1和C_2分别是由$g_1(x)$和$g_2(x)$生成的两个长为n的循环码。证明C_1和C_2码的和$C_1+C_2=C_3$码有生成多项式$g(x)=\mathrm{GCD}(g_1(x)，g_2(x))$，这里，$C_1+C_2=\{c_1(x)+c_2(x)，c_1(x)\in C_1，且c_2(x)\in C_2\}$。设$C_1$和$C_2$码的最小距离分别是$d_1$和$d_2$，$C_3$码的最小距离什么？

11．令C_1和C_2分别由$g_1(x)$和$g_2(x)$生成的两个长为n的循环码。证明既属于C_1又属于C_2码的公共码多项式形成了另一循环码$C_3=C_1\cap C_2$，确定C_3码的生成多项式。设C_1和C_2码的最小距离分别是d_1和d_2，你能谈谈关于C_3码的最小距离吗？

12．找码长为 7 的所有循环码的生成多项式和幂等多项式。

13．若$x^n-1=g(x)h(x)$，由$g(x)$生成的码有幂等多项式$e(x)$，证明由$h(x)$生成的码有幂等多项式 $1+e(x)$。

14．令C_1和C_2是循环码，它们的幂等多项式分别是$e_1(x)$和$e_2(x)$，证明当且仅当e_1（x）$e_2(x)=e_1(x)$时，$C_1 \subseteq C_2$。

15．已知（15，5）码的生成多项式$g(x)=x^{10}+x^8+x^5+x^4+x^2+x+1$，求出$x^2g(x)$的MS多项式，画出它的谱图。

16．第 15 题中的$x^2g(x)$码多项式相对应的码序列的线性复杂度是多少？画出生成此序列的线性反馈移存器电路图。

17．从频谱的观点证明[7，3，4]扩张汉明码的最小距离是 4。

18．设$g(x)$以α，α^2，α^3，…，$\alpha^{\delta-1}$为根。从谱和序列线性复杂度的观点证明该码的最小距离至少是δ。（提示：首先求出码多项式的MS多项式，把此MS多项式看成是GF(q^m)上的n长序列，引用定理 5.9.3 和定理 5.9.6，求出此序列的线性复杂度。