第三章　线性分组码 习题

1．证明$[n，k]$线性分组码的最大距离为 n-k+1。

2．设一个[7，4]码的生成矩阵为

$$G=\begin{bmatrix}1&0&0&0&1&1&1\\0&1&0&0&1&0&1\\0&0&1&0&0&1&1\\0&0&0&1&1&1&0\end{bmatrix}$$

（1）求出该码的全部码矢；

（2）求出该码的一致校验矩阵；

（3）作出该码的标准阵译码表。

3．证明定理 3.1.3。

4．一个[8，4]系统码，它的一致校验方程为：

$$c_0=m_1+m_2+m_3$$
$$c_1=m_0+m_1+m_2$$
$$c_2=m_0+m_1+m_2$$
$$c_3=m_0+m_2+m_3$$

式中，m_0，m_1，m_2，m_3是信息位，c_0，c_1，c_2，c_3是校验位。找出该码的$\boldsymbol{G}$和$\boldsymbol{H}$,并证明该码的最小距离为 4。

5．构造第 4 题中码的对偶码。

6．设$\boldsymbol{H}_1$是$[n，k]$线性分组码C_1的校验矩阵，且有奇数最小距离为d。作一个新的码C_2，它的校验矩阵为

$$\boldsymbol{H}_2=\left[\begin{array}{c:c} & 0\\ & 0\\ \boldsymbol{H}_1 & \vdots\\ & 0\\ \hdashline 1\,1\ \cdots\ 1 & 1\end{array}\right]$$

（1）证明C_2是一个（n+1，k）分组码；

（2）证明C_2中每一码字的重量为偶数；

（3）证明C_2码的最小重量为d+1。

7．设C_1是一个有最小距离为d_1的$[n_1，k]$线性系统码，生成矩阵为$\boldsymbol{G}_1=[\boldsymbol{P}_1\mathbf{I}_k]$。$C_2$是一个有最小距离为$d_2$的$[n，k]$线性系统码，它的生成矩阵$\boldsymbol{G}_2=[\boldsymbol{P}_2\mathbf{I}_k]$。对满足下述一致校验矩阵

$$H=\left[\begin{array}{c:c} & p_1^T\\ I_{n-n_2-k} & I_k\\ & P_2^T\end{array}\right]$$

的$[n_1+n_2$，k]线性码，证明它有最小距离至少为d_1+d_2。

8．设一个二进制[n，k]码C的$\boldsymbol{G}$矩阵不含全零列，将C的所有码字排成 $2^k\times n$的阵。

证明：

（a）阵中不含有全零列；

（b）阵中的每一列由 2^{k-1}个零和 2^{k-1}个 1 组成；

（c）在一特定分量上为 0 的所有码字构成 C 的一个子空间，问该子空间的维数是多少？

9．令 Γ 是所有二进制[n，k]线性系统码的集合。证明非零二进制 n 重 $\boldsymbol{V}$ 或者恰巧含于 Γ 的 $2^{(k-1)(n-k)}$ 个码中，或者不在 Γ 的任一码中。

10．证明二进制[23，12，7]Golay 码和三进制的[11，6，5]Golay 码是完备码。

11．若 d 是码 C 的最小重量，且为偶数，$t=\lfloor (d-1)/2 \rfloor$。证明有两个重量均为 t+1 的矢量必在 C 码的同一陪集中。

12．求出 d=3，至多只有 3 个校验元的二进制码的码长 n；和 d=5，至多只有 8 个校验元的二进制码的码长 n。

13．计算二进制[24，12，8]扩张 Golay 码的覆盖半径，及[8，4]RM 码的覆盖半径。

14．证明定理 3.9.3。

15．构造三个二进制的[10，3，5]LUEP 码，其分离矢量分别为（8，2，2)，（7，4，4)，（6，4，4)。写出它们标准形式的 $\boldsymbol{G}$ 和系统码形式的 $\boldsymbol{G}$。

16．证明定理 3.10.3。

17．构造一个具有最高码率的 k=10，t=2 的 2-EC/AUED 码。

18．证明定理 3.10.6。