



华南理工大学
South China University of Technology



华南理工大学 | 土木与交通学院
SCHOOL OF CIVIL ENGINEERING & TRANSPORTATION
SOUTH CHINA UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

船舶阻力

第三讲：兴波阻力

(6学时)

焦甲龙 主讲

船舶与海洋工程系

2023年9月



华南理工大学
South China University of Technology

目录

第三讲：兴波阻力

- 1 船行波的形成和开尔文波系
- 2 船的首尾波系及其干扰
- 3 兴波阻力特性
- 4 兴波阻力与船型关系及干扰预测
- 5 减小兴波阻力的方法
- 6 破波阻力



华南理工大学
South China University of Technology

1 船行波的形成和开尔文波系

船舶兴波：

船舶在水面上运动时会对周围的水产生扰动，使得船体周围的流体压力分布发生变化，进而兴起波浪。

兴波阻力：

由于船体兴波导致船前后体压力分布不对称而产生的作用在船舶运动相反方向上的压差力。（静水中）

从能量的观点看：

因为船舶兴波需要消耗能量，船体需要对水做功，根据作用力与反作用力的原理，水对船体反作用力的水平分量就表现为兴波阻力。



华南理工大学
South China University of Technology

1、兴波阻力的组成

船体兴起的波浪分成两类：

船体兴波 { 船行波
破波

船行波：在航行时随着一起前进，波不断向外传播，波浪留在船后。（不断向外向后传播的波）

破波：（肥大船） $C_B=0.78$ 以上，形成后很快破碎，通过漩涡和粘性耗散而消失，并不以波浪的形式留在船后。



华南理工大学
South China University of Technology

一类是在船舶行驶之后，留在船体后方并不断往外传播的波浪成为**船行波**；由船行波产生的阻力称为**波形阻力**，是**船舶兴波阻力的主要成分**。



另一类是被船体兴起后很快就破碎的波浪，称为**破波**，并不以波浪的形式留在船后，它主要发生在肥大船舶。由破波产生的阻力称为**破波阻力**，在船舶兴波阻力中所占比重较小。



!注意:

若无特殊说明，通常船舶兴波阻力是指波形阻力，而不包括破波阻力。

2、平面进行波的特征

任何一种复杂的波系，如海浪、船行波等都可看作是无数个简单的**平面进行波或基元波叠加而成**，因此平面进行波是研究船行波的基础。

1. 波形

平面进行波的波形是**余弦或正弦曲线形状**，若波幅为A，沿x轴方向传播的余弦波，其波面方程式为

$$\zeta = A \cos(kx - \omega t)$$

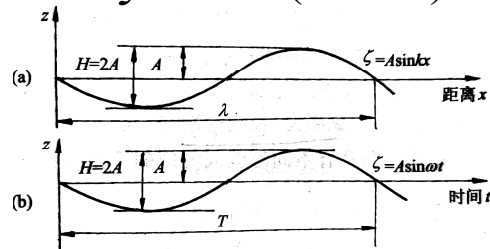


图 3-1 余弦波波形曲线

2. 波幅和波高

波形离静水面的最大升高或下降之距离A称为波幅；波峰与波谷之间的距离称为波高H，显然 $H=2A$ ，A为波幅。

3. 波长λ

相邻两波峰或波谷间的距离，称为波长λ，有

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}$$

k表示在 2π 距离内的波的数目，称为**波数**。

4. 波浪周期T

5. 波速c

波形的传播速度 $c = \lambda / T$ 。由水质点的轨圆运动及波峰、波谷处的伯努利方程，可以得到波速与圆频率ω的关系为 $c = g / \omega$ ；由于波浪周期与圆频率的关系 $T = 2\pi / \omega$ ，则

$$c = \frac{gT}{2\pi}$$

由上述波长与波数 k ，波速与波长和周期及周期与圆频率的相互关系，又可把波速写成

$$c = \omega/k = \sqrt{g/k}$$

由此可将波数写成

$$k = \omega^2/g = g/c^2$$

上式被称为“色散”关系式。当具有不同波数或波频的平面进行波在水中传播时，存在传播速度不同的“色散”现象。

6. 波能

波浪运动所具有的总能量包括波浪的动能和位能两部分。在单位自由表面上，平面进行波的时间平均总能量

$$E_0 = E_k + E_p$$

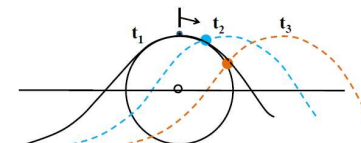
由流体力学知，波浪的动能 E_k 和位能 E_p 两部分相等，且均等于 $1/4 \rho g \lambda A^2$ ，因此单位波面的总能量

$$E_0 = \frac{1}{2} \rho g A^2 = \frac{1}{8} \rho g H^2$$

7. 波能传播速度

波能沿着波形传播方向的转移速度称为波能传播速度。位能的转移速度也就是波形的传播速度。由于位能和动能各占总能量之半，且动能不沿波形传播方向转移，因此就波浪总能量而言，其传播速度仅为波速之半，即

$$c_E = \frac{1}{2} c$$



8. 船行自由波

考虑与船行方向(x)呈 θ 方向传播的基元波，若取随船运动坐标，则此基元波相对于船为定常，即其波形表达式中不含时间 t 项。若同时考虑正、余弦波两种情况，则此基元波形的表达式为

$$a(\theta) = C(\theta) \cos[k(\theta)p] + S(\theta) \sin[k(\theta)p]$$

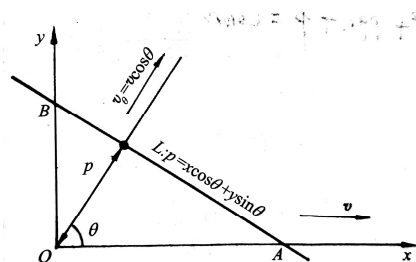


图 3-2 基元波的传播

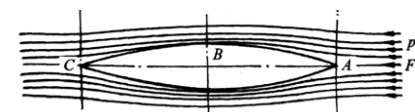
若将所有可能的不同传播方向之基元波叠加起来，可以写出船行自由波表达式如下：

$$\zeta(x, y) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} [C(\theta) \cos[K_0 \sec^2 \theta (x \cos \theta + y \sin \theta)] + S(\theta) \sin[K_0 \sec^2 \theta (x \cos \theta + y \sin \theta)]] d\theta$$

式中 $A(\theta) = C(\theta) + iS(\theta)$ 波幅函数

称为 $pk(\theta) = K_0 \sec^2 \theta (x \cos \theta + y \sin \theta)$ 相位函数

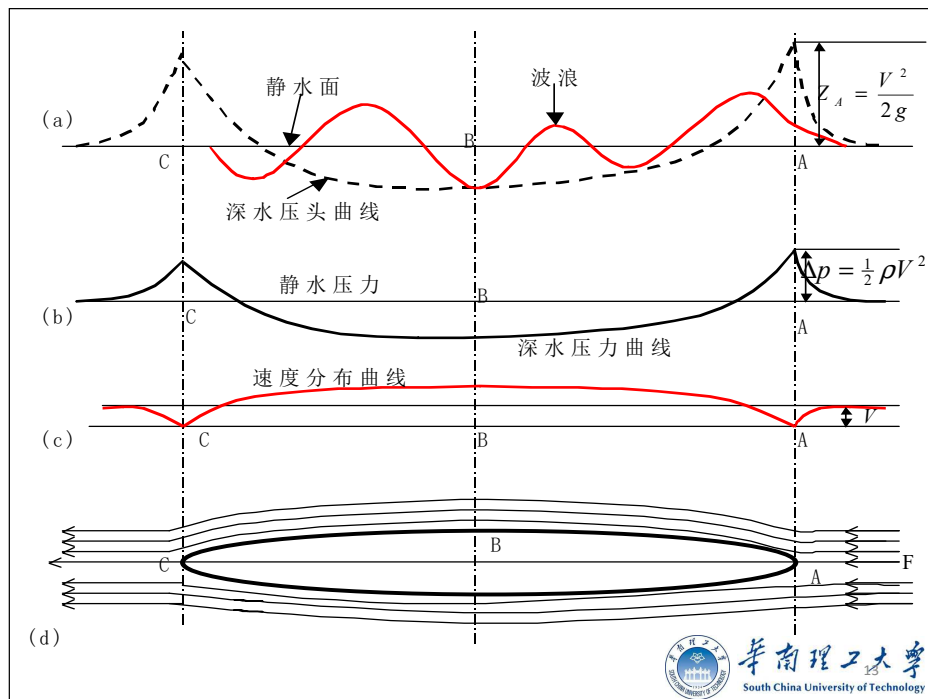
3. 船行波形成的原因



由于船舶在水面上航行时，扰动周围的水，使周围水的流场压力分布发生变化，在压力作用下水质点就会离开初始时刻的平衡位置，船体周围水面上升或下降。船舶驶过以后，水质点在重力和惯性力的双重作用下会在原平衡位置附近做震荡运动，同时向外传播能量，进而在水表面形成船行波。

船行波的形成和压力、液面的高度等相关，沿船体水线及远前方液面可利用伯努利方程：

$$\frac{V^2}{2g} + \frac{P_0}{\rho} + Z = C$$



- F点: $V, P_0, z=0$
- A点: $\frac{V_A^2}{2g} + \frac{P_0}{\rho} + Z_A = \frac{V^2}{2g} + \frac{P_0}{\rho}$
- B点: $\frac{V_B^2}{2g} + \frac{P_0}{\rho} + Z_B = \frac{V^2}{2g} + \frac{P_0}{\rho}$
- C点: $\frac{V_C^2}{2g} + \frac{P_0}{\rho} + Z_C = \frac{V^2}{2g} + \frac{P_0}{\rho}$



$$Z_A = Z_C = \frac{V^2}{2g} > 0, Z_B = \frac{V^2 - V_B^2}{2g} < 0$$

水面高度的变化与速度的平方成比例, 由此推想, 船行波的波高将正比于船速的平方。

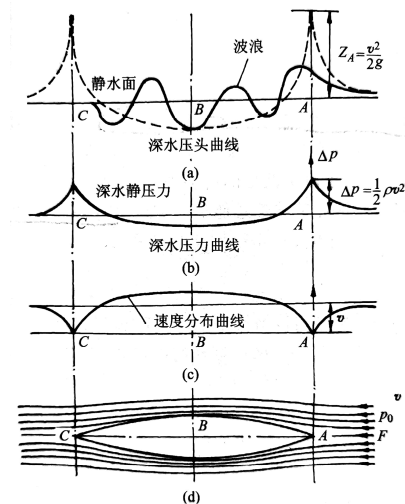


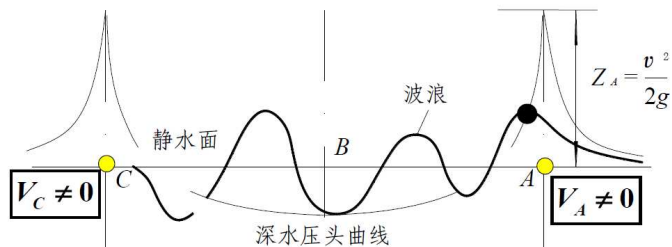
图 3-3 船行波的形成
(a) 实际形成的船行波; (b) 深水压力分布; (c) 船舶物体的速度分布; (d) 船舶物体周围的流动情况

船行波的实际情况:

第一, 实际水面抬高小于 $Z_A = \frac{v^2}{2g}$ 。

第二, 由于惯性作用, 最高水面位置存在滞后现象。

首波峰总是在船首柱稍后的地方; 尾波峰位于尾柱之后, 尾柱前总为一波谷。



第三, 扰动 ➡ 离开平衡位置
重力和惯性力 ➡ 绕其平衡位置震荡 ➡ 形成波浪, 如下图所示。

这里重力是震荡的回复力, 因此船行波是重力波。

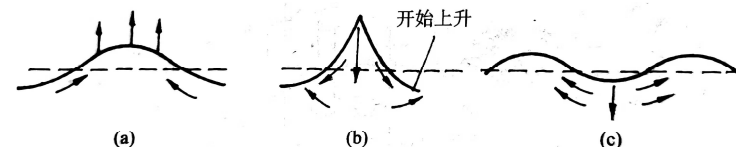
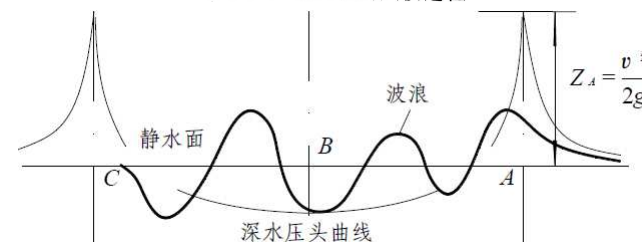


图 3-4 重力波的兴波过程



4、压力点的兴波图形

开尔文波：压力点在水面作匀速直线运动时的行波波形图。

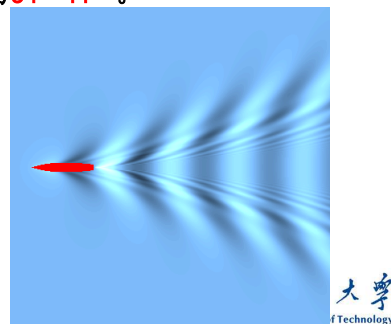
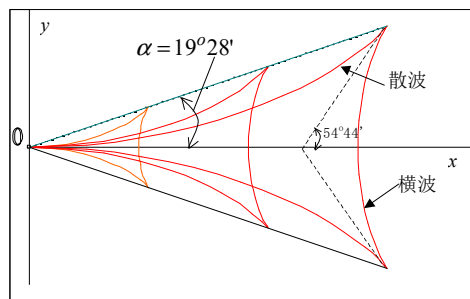
特点：

一为运动方向垂直的横波；

一为与运动方向斜交的散波，图中实线为波峰线。

横波与散波相交处成尖角，各尖角与原点的连线成为尖点线，它与运动方向的夹角为 $19^{\circ}28'$ ，该角称为**凯尔文角**。

尖角处的切线与运动方向的夹角均为 $54^{\circ}44'$ 。



2 船的首尾波系及其干扰

1、船行波图形及组成

船周围的压力场 $\rightarrow$ 多个运动压力点，但首位两端压力变化

最大 $\rightarrow$ 用两个压力点的兴波近似描绘船体兴波

船首压力兴波：形成船首波系，包括**船首横波**和**船首散波**；

船尾压力兴波：形成船尾波系，包括**船尾横波**和**船尾散波**。

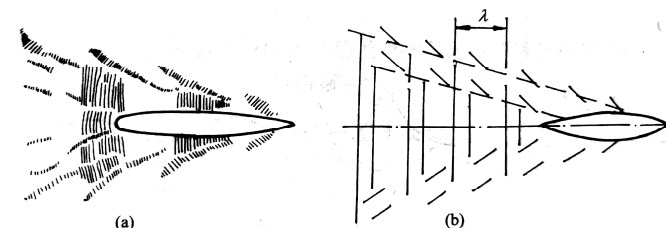
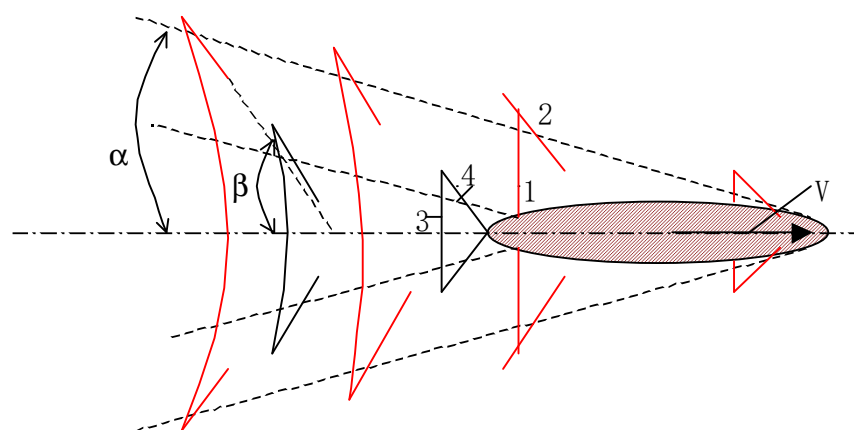
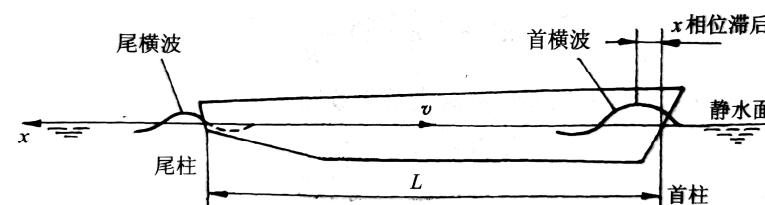


图 3-6 船行波图形
(a) 实际船行波；(b) 简化船行波



2、船行波的主要特性

- 1) 整个船行波可分为**首尾两大波系**，各由横波和散波组成，
- 2) 船波系集中在**凯尔文角**所限定的扇形面范围之内。
- 3) 船首横波通常在**船首柱略后处**为波峰，而船尾横波则在**尾柱略前处**由波谷开始。
- 4) 整个波系的各散波之间及**散波与横波之间互不干扰**。
- 5) 船首尾两横波在船尾部分互相混合，组成**合成横波**。



船行波的传播
速度等于船速

图 3-7 首尾横波示意图

3、首尾横波的干扰

1) 兴波干扰

由于实际船体兴波存在船首波系和船尾波系，且两波系中的横波在船尾处相遇而叠加，这种现象称为兴波干扰。

2) 兴波干扰结果

如果首波波峰在船尾与尾波波谷相叠加，则合成横波波幅减小，兴波阻力减小，这种情况称为有利干扰。

若首尾横波波谷相叠，则合成波的波幅增大，波能必然增大，因而兴波阻力增大，这种情况称为不利干扰。

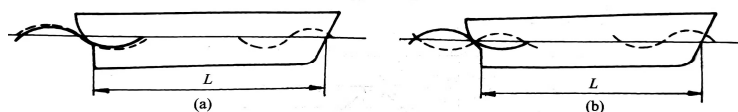


图 3-8 有利和不利干扰示意
(虚线为首横波,实线为尾横波)
(a) 不利干扰;(b) 有利干扰

3) 影响干扰结果的因素

主要取决于：首尾两横波的相对位置

兴波长度 mL ：船首横波的第一个波峰和船尾横波的第一个波峰之间的距离。

首尾横波的干扰情况由兴波长度 mL 和波长 λ 决定的，两者之间的关系可以用下式表示：

$$mL = n\lambda + q\lambda$$

式中： n 为正整数； q 为正分数； m 为系数，主要与傅汝德数和船型有关。

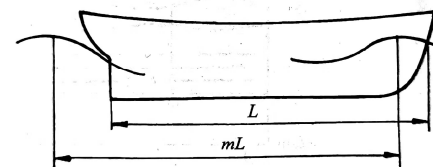


图 3-9 兴波长度

兴波干扰的三种情况： $mL = n\lambda + q\lambda$

- 1) 当 $q=0$ ，两横波的相位差为零，峰峰重叠，不利干扰。
- 2) 当 $q=0.5$ 时，两波的相位差为 π ，峰谷叠加，有利干扰。
- 3) 当 q 为任意分数时，两波相位差为 $2\pi q$ ，出现一般干扰。

$$\left. \begin{aligned} mL &= n\lambda + q\lambda \\ V &= \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} \end{aligned} \right\} mL = (n+q) \frac{2\pi V^2}{g}$$

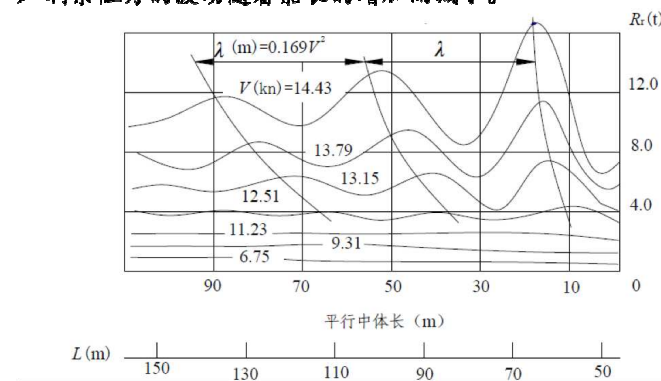
$$n+q = \frac{m}{2\pi Fr^2}$$

➡ 兴波干扰与傅汝德数 Fr 和船型有关。

1) 船长 L ：

L 变化， mL/λ 变化，从而兴波干扰结果发生变化

- 平行中体变化，由间距均匀的阻力峰点出现；
- V 越高，剩余阻力波动越大；
- 剩余阻力的波动随着船长的增加而减小。



3 兴波阻力特性

1、兴波阻力与波浪参数的关系

1) 波速 C = 航速 V

2) $R_w \propto bH^2$

$$V_g = \frac{1}{2}C$$

宽度为 b ，一个波长平面进行波的波能：

$$E = \frac{1}{8} \rho g \lambda b H^2$$

船体所供给的波浪能量等于兴波阻力所作的功：

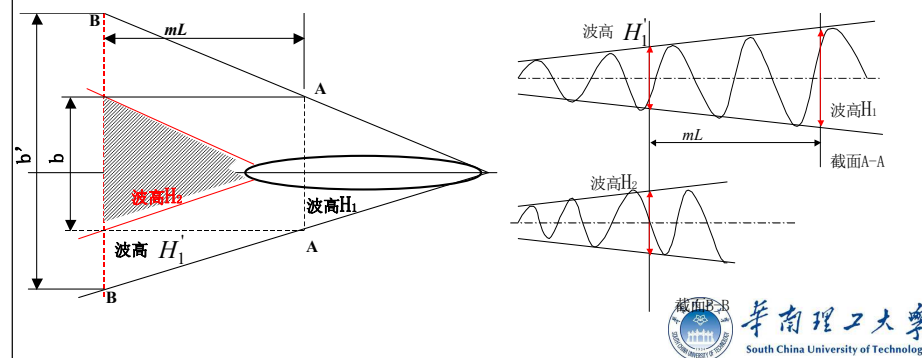
$$R_{w0} \cdot 2\lambda = \frac{1}{8} \rho g \lambda b H^2 \Rightarrow R_{w0} = \frac{1}{16} \rho g b H^2 \Rightarrow R_{w0} \propto b H^2$$



2、船体兴波阻力表达式

首尾横波在船后将发生干扰作用，船体兴波阻力包括：

- (1) 船横波中未受干扰部分的波阻；
- (2) 船首尾横波干扰后，合成波的波阻；
- (3) 船首尾波系中散波的波阻。



1) 确定各部分波浪的参数及其波能

1. 波长相同的两横波在船后相叠加后的合成波的波浪参数

A-A处波能 = B-B处波能

$$\frac{1}{8} \rho g b \lambda H_1^2 = \frac{1}{8} \rho g b' \lambda H_1'^2$$

$$H_1' = K H_1 \quad b' = \frac{b}{K^2}$$

$$H^2 = H_1'^2 + H_2^2 + 2 H_1' H_2 \cos(2\pi q) = K^2 H_1^2 + H_2^2 + 2 K H_1 H_2 \cos(2\pi q)$$



则合成横波每波长的能量为：

$$E_1 = \frac{1}{8} \rho g \lambda b H^2 = \frac{1}{8} \rho g \lambda b (K^2 H_1^2 + H_2^2 + 2 K H_1 H_2 \cos 2\pi q)$$

2、船首横波在船后B-B处未受干扰部分的波能 E_2

$$E_2 = \frac{1}{8} \rho g \lambda (b' - b) H_1'^2 = \frac{1}{8} \rho g \lambda b (H_1^2 - K^2 H_1^2)$$



3、船首尾横波的总能量为：

$$E_B = E_1 + E_2 = \frac{1}{8} \rho g \lambda b (H_1^2 + H_2^2 + 2KH_1H_2 \cos 2\pi q)$$

4、首尾波系中散波系的能量为：

$$E_D = \frac{1}{8} \rho g K_d b \lambda H_3^2$$

5、整个船体波系的总能量应该是首尾横波系和散波系的能量之和

$$E = E_B + E_D \propto \lambda b (H_1^2 + H_2^2 + K_d H_3^2 + 2KH_1H_2 \cos 2\pi q)$$



2) 整个船体兴波阻力

$$E = R_w \cdot 2\lambda$$

$$R_w \propto b (H_1^2 + H_2^2 + K_d H_3^2 + 2KH_1H_2 \cos 2\pi q)$$

$$b \propto V^2$$

$$H \propto V^2$$

$$R_w \propto (A' + B' \cos 2\pi q) V^6$$



$$\text{兴波长度} \quad mL = (n + q)\lambda$$

船体兴波阻力为：

$$R_w = \left(A + B \cos \frac{2\pi mL}{\lambda} \right) V^6$$

$$C_w = \frac{R_w}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} = \left[C + D \cos \frac{2\pi mL}{\lambda} \right] \left[\frac{V}{\sqrt{gL}} \right]^4$$



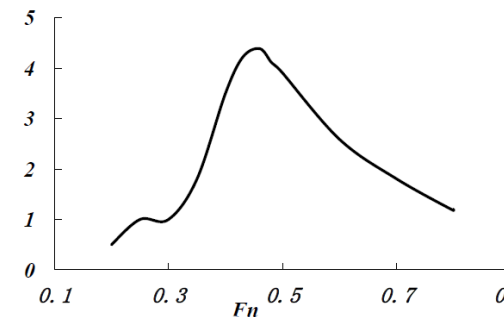
3、船体兴波阻力特性

1. 兴波阻力的一般规律

根据傅汝德定律，对给定船型，船体兴波阻力系数仅仅是傅汝德数的函数。

$$R_w = \left(A + B \cos \frac{2\pi mL}{\lambda} \right) V^6 \Rightarrow C_w = \left(C + D \cos \frac{2\pi mL}{\lambda} \right) \left(\frac{V}{\sqrt{gL}} \right)^4$$

$C_w (*10^3)$



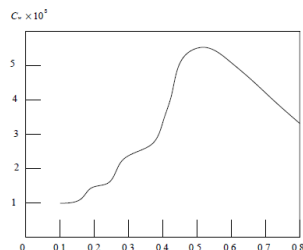
2. 兴波阻力的组成和兴波阻力曲线的形状

$$R_w = \left(A + B \cos \frac{2\pi mL}{\lambda} \right) V^6 \Rightarrow C_w = \left(C + D \cos \frac{2\pi mL}{\lambda} \right) \left(\frac{V}{\sqrt{gL}} \right)^4$$

“自然兴波阻力”

兴波干扰阻力

兴波阻力 R_w 由两部分组成，一部分为首尾波系中未受干扰的横波以及两波系的散波所产生的兴波阻力，称为“自然兴波阻力”；另一部分是首尾横波干扰后的兴波阻力。



在一定Froude数范围内，兴波阻力曲线出现峰、谷交替的现象。

为什么？

根本原因：首尾横波干扰
兴波干扰结果取决于船首艏横波的相对位置 mL/λ
 V 增加， λ 增加，相位发生变化
➢ 有利、不利干扰交替出现
➢ 兴波曲线出现峰谷交替现象

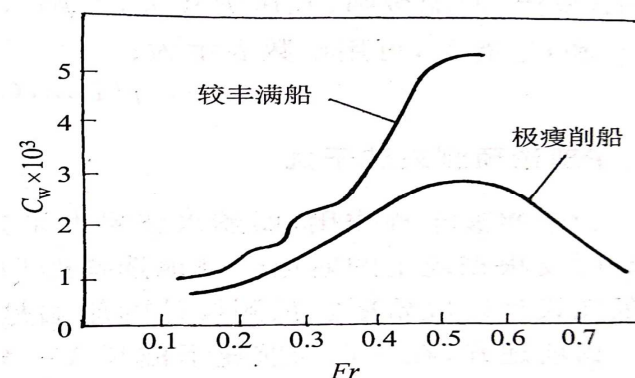
理工大学

3. 兴波阻力和船型的关系

➢ 当 Fr 小于0.15时， C_w 值均很小。

➢ 在相同 Fr 数时，较丰满船>瘦削船

➢ 瘦削船仅在 $Fr=0.5$ 附近存在 C_w 峰值区



理工大学

4 兴波阻力与船型关系及干扰预测

1、船型对兴波阻力的影响

- 1) 兴波阻力中第一项，自然兴波阻力部分与首尾横波、散波的波高关系甚密，而这些波高受船体形状（主要是首尾端部形状）的影响，特别是艏部形状。
- 2) 相同傅汝德数 Fr 时，丰满船型的 C_w 比瘦削型船的 C_w 值大，且 C_w 曲线有更明显的峰谷现象。
- 3) 兴波阻力中受干扰影响的第二项，取决于兴波长度与波长之比，及 mL/λ 。
- 4) 兴波干扰主要与 L 和 C_p 有关。

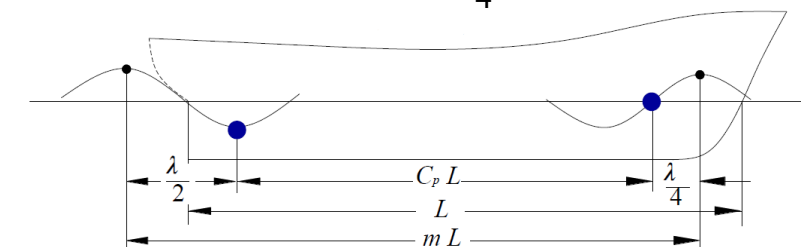
$$mL = f(L, \lambda, C_p) \quad \lambda = f_1(V)$$

华南理工大学
South China University of Technology

2、圆圈p理论预测兴波干扰

大量的试验资料分析表明：不同形状的船舶在不同速度下，虽然长度不同，但自船首横波第一个波节点至尾横波第一个波谷之间的距离均可以表示为 $C_p L$ ，于是兴波长度可以表示为

$$mL = C_p L + \frac{3}{4} \lambda$$



船首、船尾横波的相对位置

华南理工大学
South China University of Technology

$$\left. \begin{aligned} mL &= C_p L + \frac{3}{4} \lambda \\ mL &= n\lambda + q\lambda \end{aligned} \right\} C_p L / \lambda = (n+q) - \frac{3}{4}$$

对应有利干扰和不利干扰分别为：

当 $q=0.5$ 时，有利干扰： $C_p L / \lambda = n - 1/4$

当 $q=0$ 时，不利干扰： $C_p L / \lambda = n - 3/4$

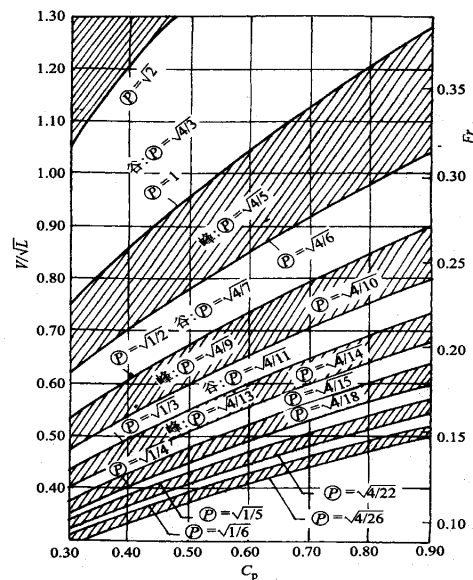
$$\textcircled{p} = U / \sqrt{\frac{g C_p L}{2\pi}} = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} / \sqrt{\frac{g C_p L}{2\pi}} = \sqrt{\frac{\lambda}{C_p L}}$$

波阻峰点： $\textcircled{p} = \sqrt{1 / (n - \frac{3}{4})} = \sqrt{4}, \sqrt{4/5}, \sqrt{4/9}, \sqrt{4/13}, \dots$
 $= 2.00, 0.895, 0.666, 0.556, \dots$

波阻谷点： $\textcircled{p} = \sqrt{1 / (n - \frac{1}{4})} = \sqrt{4/3}, \sqrt{4/7}, \sqrt{4/11}, \sqrt{4/15}, \dots$
 $= 1.15, 0.756, 0.604, 0.517, \dots$

$$Fr = \frac{U}{\sqrt{gL}} \rightarrow \textcircled{p} = 2.5066 \frac{Fr}{\sqrt{C_p}}$$

对兴波干扰影响最大的船型参数是船长和菱形系数



- 空白部分：有利干扰；
- 阴影部分：不利干扰。

实船设计中，尤其是民船，当船长和航速确定后， Fr 确定了， C_p 一般根据 Fr 选定，船舶的兴波干扰情况也就确定了。

3、应用傅汝德数预测波阻峰点和谷点

艾亚根据各种民用船的模型试验和实船试验结果，得出 Fr 或 $V_s / \sqrt{L}$ 与波阻峰点和波阻谷点的对应关系

Fr	0.2	0.214	0.232	0.256	0.283	0.342
$V_s / \sqrt{L}$	0.673	0.720	0.780	0.860	0.950	1.150
峰点或谷点	峰点	谷点	峰点	谷点	峰点	谷点

一般丰满民船都有一定的平行中体长度，但如前肩过于隆起，则将该处产生另一波系，称为前肩波系，这波系可能与船首波系发生不利干扰，使阻力增加。

据高恩、贝壳、肯脱和魏格来等人分析研究，认为前肩波系与船首波系发生不利干扰的航速

$$V_s = (1.956 \sim 1.992) \sqrt{Le}$$

式中： Le 进流段长度 (m)； V_s 航速 (kn)，特别是应该尽量避免

5 减小兴波阻力的方法

兴波阻力特性：

兴波阻力是 Fr 的函数；

兴波阻力与波高的平方成正比；

一定 Fr 下，兴波阻力曲线呈现峰谷交替的现象；

兴波干扰结果与船型密切相关。



如何减小 R_w ？

- 1) 常规船减小兴波阻力的方法
- 2) 采用某些特殊的新船型

对于**常规船型**，减小船体兴波阻力的方法主要就是设法**减小其兴波幅值**，从而使得其兴波阻力有所减小。

1. 选择合理的船型参数

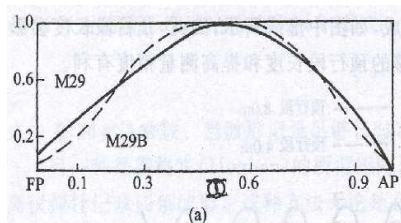
根据设计航速，应选择恰当的主尺度和船型系数。

其中**船长和棱形系数**对兴波干扰影响最大，适当选择船长和棱形系数，避开不利干扰的兴波阻力峰以减小船舶兴波阻力。

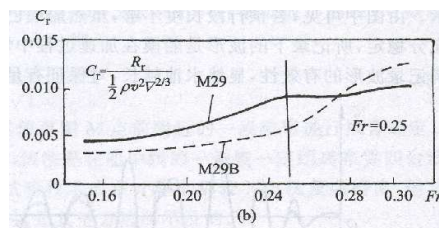
2. 设计良好的船体首尾形状

船体形状变化会对兴波阻力产生影响，尤其是**船体首尾形状**对兴波阻力的影响有时极为显著。

有平行中体的船型：进流段的长度，以及进流段与平行中体的光顺连接。



(a) 横剖面面积曲线



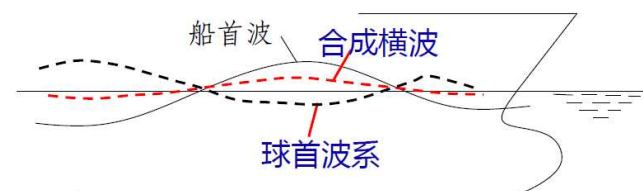
(b) 剩余阻力系数

船体形状对兴波阻力的影响

3. 造成有利的波系干扰

采用一些制造有利干扰的措施。

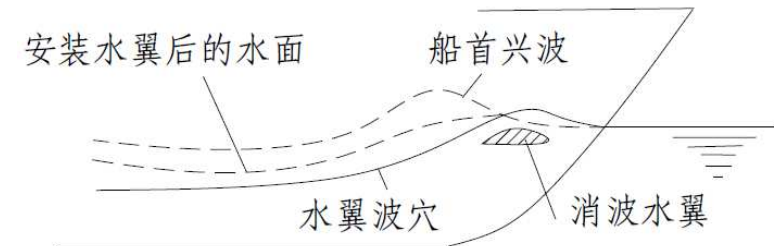
如：球鼻首、消波水翼、压浪条或压浪板等。





4. 高速排水型艇安装消波水翼

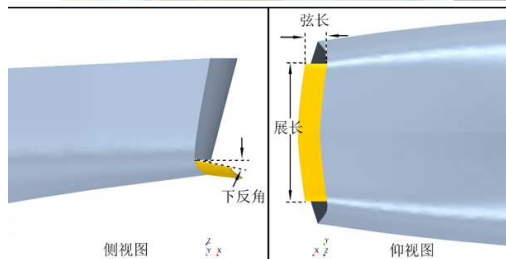
安装在**首柱后面**的消波水翼后部可形成一波穴，进而与船首兴波形成有利干扰。设计成功的消波水翼在 $Fr=0.80$ 时，可减总阻力的10%以上。



消波水翼的“消波”原理

压浪板：增加船长，改善尾倾

压浪条：压制首部兴波



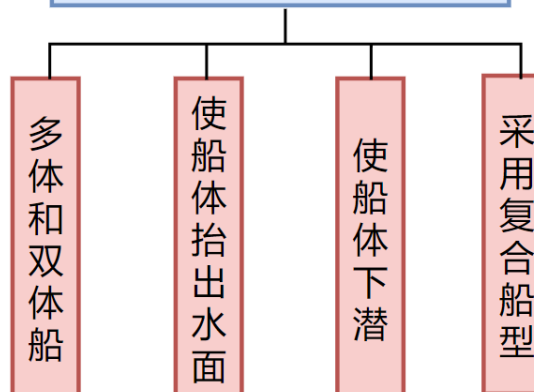
压浪板视图



压浪板在游艇上应用

非常规船型减少兴波阻力

非常规船型减少兴波阻力



1. 双体船和多体船

双体船：与同 Δ 的单体船比，单个片体的 L/B 大， $R_w \downarrow$

多体船： L/B 大，且可利用前后体形成兴波有利干扰， $R_w \downarrow$



2. 使船体抬出水面

将船体抬至水面滑行或使船体离开水面来减小 R_w ，有滑行艇，水翼艇，气垫船等



水翼艇

气垫船

3. 船体下潜设计概念

由波浪理论可知，船舶兴波主要发生在自由表面附近，随着浸深增加，波幅会按照指数规律衰减。因此船体下潜设计概念就是使船体排水体积部分或全部移向水面以下，使得船体兴波减小，进而减小兴波阻力。

属于这种概念的船有半潜船和潜水船。其中潜水艇主要并非从减小阻力方面的原因考虑，而是出于军事上的隐蔽性所需。



4. 复合船型设计

是通过两种或多种设计概念组合，从多方位考虑减小船舶阻力，提高航海性能。

属于此种概念的有“半潜双体”复合船，如小水线面双体船；“双体气垫船”和“双体水翼艇”等。



6 破波阻力



一、破波阻力的发现

对于瘦削船型: $C_{tm} - (1+k)C_f \approx C_{wm}$

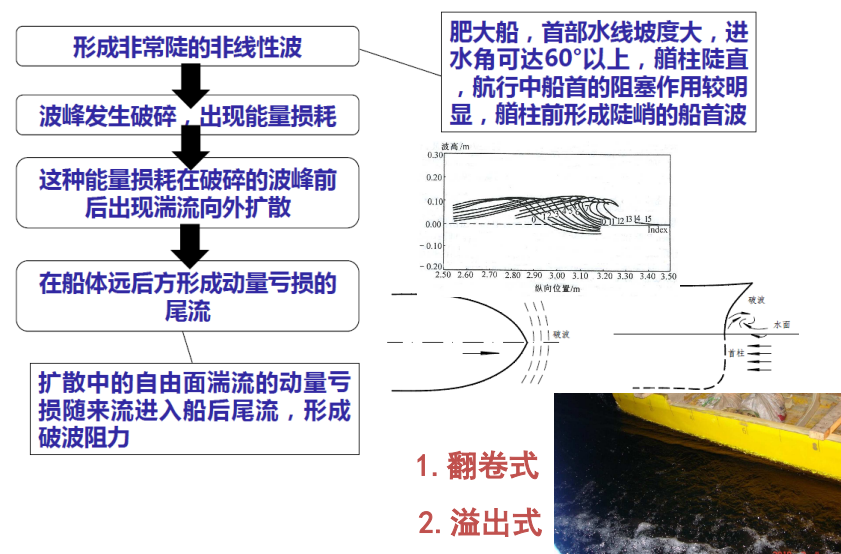
对于丰满船型: $C_{tm} - (1+k)C_f > C_{wm}$

且二者差值随Fr增大而增大:

$$C_{tm} = (1+k)C_f + C_{wp} + C_{wb}$$

破波阻力

二、破波阻力的成因

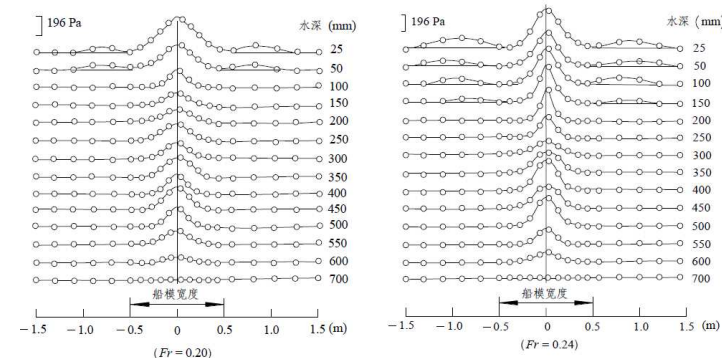
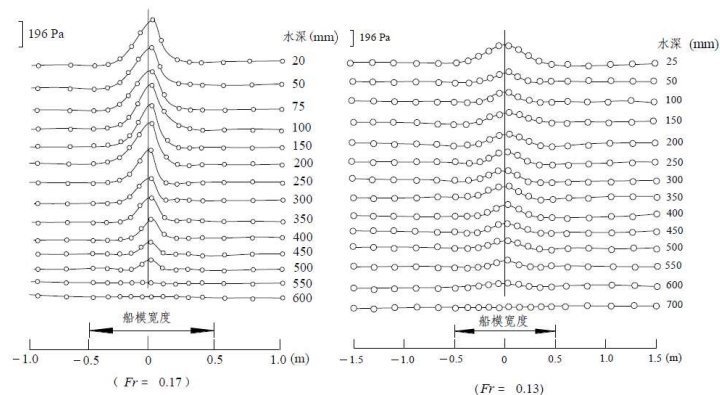


三、破波阻力的测量方法

琼斯尾流测量法: 该方法是通过测量船模后方尾流场的压力分布来得到尾流阻力的。

在船后半船长处取一平面S1，在S1面上的某一深度处沿船宽方向布置一组皮托管，皮托管随船模一起运动，即可测得该深度处不同点的压力。

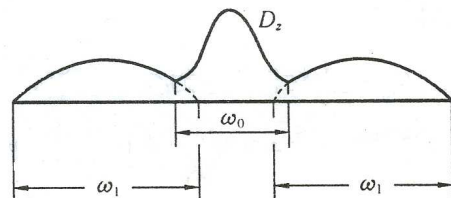
对应同一速度，改变测量深度，再进行测量，即可得到整个平面内的压力分布。



为了研究这种变化所对应的物理含义，通常将尾流分成两个区域：

主尾流区：船模宽度范围以内的尾流区；

次尾流区：主尾流区以外的区域。（次尾流区的宽度取决于船模的佛汝德数 Fr ）



主尾流区和次尾流区

尾流阻力为：

$$R_V = G_0 \iint_S D dy dz = G_0 \int_{\omega_0} D_z dy + 2G_0 \int_{\omega_1} D_z dy$$

令： $R_{V_0} = G_0 \int_{\omega_0} D_z dy$

试验测量表明：

$$R_{V_0} = (1+k) \times \text{平板摩擦阻力}$$

可见， R_{V_0} 是由粘性引起的在主尾流区的能量耗散而产生的阻力，即**船体粘性阻力**。

$2G_0 \int_{\omega_1} D_z dy$ 是由于波浪破碎耗散在次尾流区的能量而产生的阻力，即**破波阻力 R_{wb}**

$$R_{wb} = 2G_0 \int_{\omega_1} D_z dy$$

这样，尾流阻力可表示为：

$$R_{\nu} = R_{\nu_0} + R_{ab} = (1+k)R_f + R_{wb}$$

对于细长船型， $R_{ab} \approx 0$ ，尾流阻力就等于船体的粘性阻力。

破波阻力的特性

对于船速较高的丰满船型，破波阻力是一种不容忽视的阻力成分

破波阻力来源于船首非线性兴波的破碎，因此描述破波的无量纲数与兴波阻力一样是傅汝德数。

故同一丰满型船，在同样航速时，压载情况下吃水小，吃水傅汝德数大，破波阻力比满载时大；

系列的实验表明，破波阻力主要与宽度吃水比、进流段长度、球首伸出长度这些船型参数有关。

End